Themenblock 14: Bruchterme addieren und subtrahieren

Bruchterme können nur dann addiert oder subtrahiert werden, wenn sie den gleichen Nenner haben. Oft muss also zuerst gleichnennrig gemacht werden!

Satz: $\underline{\underline{\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}}}$ oder $\underline{\underline{\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}}}$

1. Problem

Vereinfache den Term $T=\frac{6y}{x^2-y^2}+\frac{3x+6y}{x^2+3xy+2y^2}$

2. Lösung in 4 Schritten

a. Bei beiden Summanden zerlegen wir Zähler und Nenner (sprich „faktorisieren“) und kürzen, falls dies möglich ist.

$$T=\frac{6y}{(x+y)(x-y)}+\frac{3(x+2y)}{(x+y)(x+2y)}=\frac{6y}{(x+y)(x-y)}+\frac{3}{(x+y)}$$

b. Wir bestimmen den einfachsten gemeinsamen Nenner! GN = (x+y)(x-y)

$$T=\frac{6y}{(x+y)(x-y)}+\frac{3(x-y)}{(x+y)(x-y)}$$

c. Wir addieren die Bruchterme! Zähler addieren, Nenner beibehalten!

$$T=\frac{6y+3x-3y}{(x+y)\cdot(x-y)}$$

d. Wir zerlegen den Zähler in Faktoren und kürzen (falls dies möglich ist!)…

$$T=\frac{3y+3x}{(x+y)\cdot(x-y)}=\frac{3(y+x)}{(x+y)(x-y)}=\underline{\underline{\frac{3}{x-y}}}$$

Übungsbeispiele: Addiere bzw. subtrahiere die folgenden Bruchterme!

1. $\frac{2}{3x^2}+\frac{3}{5x}=\frac{10}{15x^2}+\frac{9x}{15x^2}=\underline{\underline{\frac{10+9x}{15x^2}}}$

2. $\frac{x}{x+2}-\frac{x}{x-2}=\frac{x(x-2)}{(x+2)(x-2)}-\frac{x(x+2)}{(x-2)(x+2)}=\frac{x^2-2x-x^2-2x}{(x+2)(x-2)}=\underline{\underline{\frac{-4x}{(x+2)(x-2)}}}$

3. $\ldots=\frac{4x}{2(x-3)}-\frac{2x^2}{(x-3)(x-1)}=\frac{4x(x-1)-2x^2\cdot 2}{2(x-3)(x-1)}=\frac{4x^2-4x-4x^2}{2(x-3)(x-1)}=\frac{-4x}{2(x-3)(x-1)}=$
$\underline{\underline{\frac{-2x}{(x-3)(x-1)}}}$

© M. Kunz

4. $$\frac{2z-8}{4z^2+4z-24}-\frac{3z-12}{3z^2-9z+6}=\frac{2(z-4)}{4(z+3)(z-2)}-\frac{3(z-4)}{3(z-2)(z-1)}=$$

$$\frac{(z-4)}{2(z+3)(z-2)}-\frac{(z-4)}{(z-2)(z-1)}=\frac{(z-4)(z-1)-(z-4)(z+3)}{2(z+3)(z-2)(z-1)}=$$

$$\frac{z^2-5z+4-z^2+z+12}{2(z+3)(z-2)(z-1)}=\frac{-4z+16}{2(z+3)(z-2)(z-1)}=\frac{-4(z+4)}{2(z+3)(z-2)(z-1)}=$$

$$\underline{\underline{\frac{-2(z+4)}{(z+3)(z-2)(z-1)}}}$$

© M. Kunz