

Leonardo da Pisa alias Fibonacci

Wir begeben uns ins 13. Jahrhundert, und zwar nach Pisa; damals war Pisa ein bedeutendes Handels- und Machtzentrum in Oberitalien. Mit dieser Stadt verbinden wir den „schiefen Turm“. Sein Baubeginn im Jahr 1174 markiert das Jahrzehnt, in dem ein gewisser LEONARDO von PISA (ca. 1170) Er wurde bekannt unter dem Namen FIBONACCI!



Mathematisch interessant ist, dass er

- Buchstaben als Zeichen für beliebige Zahlen eingeführt hat,
- in Brüchen Zähler und Nenner durch einen waagrechten Strich trennt,
- negative Lösungen von Gleichungen in Form von Schulden zulässt.



Leonardo hat über die Quadratzahlen nachgedacht und dabei folgende Formel gefunden:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

Verstehst du sie? Kannst du sie erklären? Bekannt wurde LEONARDO von PISA nicht nur aufgrund seiner Erforschungen der Quadratzahlen, sondern auch aufgrund der Erforschung seines Kaninchenproblems:

„Jemand sperrt ein neu geborenes Kaninchenpaar in ein überall mit einer Mauer umgebenes Gehege, um zu erfahren, wie viele Nachkommen dieses Paar innerhalb eines Jahres haben werde, vorausgesetzt, dass es in der Natur der Kaninchen liege, dass sie im Alter von zwei Monaten fortpflanzungsfähig werden und pro Monat ein Paar zur Welt bringen...“

Das Kaninchenproblem

Nimm dieses Problem einmal unter die Lupe!

1. Wie viele Paare gibt es nach einem Monat?
2. Wie viele sind es nach zwei Monaten?
3. Wie viele nach drei Monaten?
4. Usw.

Kannst du eine Regel feststellen?

Wie viele Kaninchenpaare sind es nach 10 Monaten?

Wie viele sind es nach einem Jahr?

Wir setzen uns zu zweit zusammen und tauschen unsere Forschungsergebnisse aus!!

Die Kaninchenaufgabe des Leonardo klingt zwar sehr unrealistisch und gekünstelt, aber Fibonacci-Zahlen kommen in verschiedenen Gebieten der Mathematik, wie der Zahlentheorie, der Geometrie und in der Numerik, vor.

Noch heute, beinahe 800 Jahre später, sind sie Gegenstand mathematischer Forschung. Die Ergebnisse sind so zahlreich, dass es eine eigene, regelmässig erscheinende Zeitschrift, *the Fibonacci Quarterly* gibt, in der sie veröffentlicht werden.

Viel Spass!

Resultate:

Monat	Anzahl Kaninchenpaare
1	1
2	1
3	$1 + 1 = 2$
4	$1 + 1 + 1 = 3$
5	$3 + 1 + 1 = 5$
6	$5 + 3 = 8$
7	$8 + 5 = 13$
8	$13 + 8 = 21$
9	$21 + 13 = 34$
10	$34 + 21 = 55$
11	$55 + 34 = 89$
12	$89 + 55 = 144$
13	...

Fibonacci in der Natur

Fibonacci Zahlen tauchen bei der Anordnung der Blätter an Baumzweigen auf. Botaniker sprechen hier von Phyllotaxis (= Blattanordnung). Wir wählen ein Blatt an einem Zweig als Startpunkt und drehen uns schraubenförmig um den Zweig, bis wir zu einem Blatt gelangen, dessen Position sich genau über dem Startblatt befindet. Wir zählen die Anzahl der vollführten Umdrehungen und die Anzahl der passierten Blätter. Bei der Ulme haben wir einen Umdrehung und zwei Blätter, beim Apfel zwei Umdrehungen und fünf Blätter. Dies ergibt die Phyllotaxiswerte von $\frac{1}{2}$ bzw. $\frac{2}{5}$.

Weitere Werte zeigt folgende Tabelle:

Buche, Haselnuss	$\frac{1}{3}$
Apfel, Eiche	$\frac{1}{2}$
Pappel, Birne	$\frac{3}{8}$
Weiden	$\frac{5}{13}$

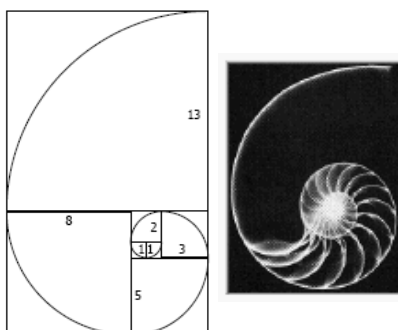
Beim Betrachten dieser Brüche erkennt man unschwer, dass sie von Fibonacci-Zahlen gebildet werden. Im Nenner steht jeweils die übernächste Zahl im Vergleich zum Zähler!

In diesem Sinne hören wir förmlich Galileo Galilei sagen:

„Das Buch der Natur ist in mathematischer Sprache geschrieben“!

Die Fibonacci Spirale

Um eine Fibonacci-Spirale zu zeichnen, müssen wir erst die Fibonacci-Rechtecke zeichnen. Hierzu haben wir ein Quadrat mit der Seitenlänge 1; daneben zeichnen wir wieder ein Quadrat mit der Seitenlänge 1. Das nächste Quadrat hängen wir an den zwei vorherigen Quadraten an...



Die neue Seitenlänge lässt sich mit der folgenden Formel und den Startwerten $a_1 = 1$ und $a_2 = 1$ berechnen:

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$

Bei den Fibonacci-Rechtecken wird immer im Uhrzeigersinn gezeichnet.

Wir zeichnen zum Schluss eine tolle Spirale... ☺ !!!